

Der Gummer'sche Planetenweg und Keplers Weltgeheimnis

Von Dieter Grillmayer

Planetenwege werden Wanderwege genannt, die durch die Stationen Merkur, Venus, Erde, Mars usw. in einzelne Abschnitte geteilt sind, deren Längen maßstäblich mit den Differenzen der mittleren Abstände der Planeten von der Sonne übereinstimmen. Der Ausgangspunkt, welcher die Sonne symbolisiert, ist beim Gummer'schen Planetenweg das Sonnenobservatorium Peter Anich auf 1347 m Seehöhe, der Maßstab ist 1 : 1.000.000.000, in dem ein Meter einer Million Kilometer entspricht. Der Rundweg von etwa 8 ½ km Länge erreicht bei 1420 m und 1250 m seine höchste bzw. tiefste Stelle und verlangt 2 ½ bis 3 Stunden Gehzeit; man kann ihn aber natürlich auch an jeder Station abbrechen und z. T. auf kürzeren Wegen zum Ausgangspunkt zurückkehren. Der Gummer'sche Planetenweg besticht durch seine landschaftliche Schönheit, das Observatorium, die neben ihm stehende Sternwarte Max Valier und eine sehr originelle kugelförmige Sonnenuhr.



Sternwarte, Sonnenuhr und Observatorium, dahinter Latemar

Der Gummer'sche Planetenweg

Gummer ist eine Fraktion der Gemeinde Karneid im Eisacktal an der SS 12 (bzw. an der Autobahn A 22, Ausfahrt Bozen Nord) und kann von dort aus bzw. von Blumau über Steinegg, dem vieljährigen Stützpunkt der Südtirolwochen des BRG Steyr, erreicht werden. Eine andere Zufahrt besteht aus dem Eggental, wo von der SS 241 (Große Dolomitenstraße) kurz vor Birchabruck links eine Straße nach Gummer abzweigt. Zum Observatorium und zur Sternwarte im Bereich des GH Unteregger (Parkplatz) gelangt man auf einer schmalen Asphaltstraße, welche im Bereich Obergummer von der Verbindungsstraße Gummer – Steinegg abzweigt.

Ausgehend vom Sonnenobservatorium erreicht man schon nach 60 Metern den Merkur, nach 108 Metern die Venus und nach 150 Metern die Erde, alles noch im Bereich des GH Unteregger. Anschließend führt der Planetenweg leicht steigend und an einem kleinen Teich vorbei zum Oberegger Hof, wo bei km 0,23 die Station Mars errichtet ist. Um den Hof herum geht es nun nach Osten, zunächst eben, dann leicht steigend zum Jupiter bei km 0,78. Weiter leicht steigend führt der Weg durch den Wald zum Malgay-Hof mit schönem Blick auf Schlern und Rosengarten, wo bei km 1,42 der Saturn erreicht wird.



Malgay-Hof, Standort der Station Saturn, dahinter Rosengarten

Nun folgt der Planetenweg kurz (leicht fallend) der asphaltierten Zufahrtsstraße, dann geht es wieder leicht steigend bis zur Landesstraße. Auf dieser und der Zufahrt zum GH Lärchenwald, wo bei km 2,87 der Planet Uranus symbolisiert ist, kommt man zum höchsten Punkt der Wanderung bei km 3,73. Ab hier wieder bergab wird bei km 4,50 im Waldgebiet westlich des Hinterbühler Hofes der Neptun und bei km 5,25 der Parkplatz bei der Bushaltestelle erreicht. In der Folge verläuft der Weg fast eben längs asphaltierter Straßen bis zum Moser-Weiher bei km 6,2. Dort geht es am Waldsaum rechts ab in Richtung Edenhof, wo sich bei km 6,4 im Bereich der Kreuzung mit dem Steinegger Rundwanderweg der niedrigste Punkt des Planetenweges befindet. Von hier steigt er Richtung Edenhof und anschließend zum sehr schönen Aussichtspunkt Tschigg-Hof wieder an, wo der (inzwischen nicht mehr als solcher geltende) Planet Pluto erreicht ist und der Weg zum Ausgangspunkt zurück führt. In der Karte aus 2006 ist als Vorgänger des Planetenweges der etwas kürzere „Sternenweg“ blau eingezeichnet.



Karte aus 2006: Sternenweg blau

Peter Anich (1723 – 1766) war ein Tiroler Geodät und Kartograf. Max Valier (1895 – 1930) war ein Bozener Astronom und Raketenforscher, der im Mai 1930 bei einem Raketen-Experiment zu Tode kam. Im Observatorium und in der Sternwarte finden jeden Donnerstag Abend Führungen statt; Anmeldung unter der Nummer 0039 3471 361314 wird empfohlen.

Die Sonnenuhr

Sie ist eine als Globus ausgefertigte Kugel mit der typischen Neigung der Äquatorebene von ca. $23,4^\circ$ („Schiefe der Ekliptik“) und einer Ausrichtung, bei welcher der Meridian mit der geogr. Länge von Gummer, das sind ca. $11,5^\circ$ Ost, genau nach Süden zeigt.

Davon ausgehend lassen sich die Schnittpunkte des 0° -Meridians (Greenwich), der beiden 15° -Meridiane usw. mit dem Äquator lokalisieren und sind in ihnen Metallstifte angebracht, die auf die Kugeloberfläche normal stehen. Bei $11,5^\circ$ Ost ist ein zusätzlicher Stift eingesetzt.

Das nebenstehende Foto wurde am 15. März 2012 am frühen Nachmittag aufgenommen und bestätigt die folgenden Sachverhalte:



Bei Sonnenbestrahlung zeigt die Eigenschattengrenze der Kugel, wo die Sonne gerade jetzt aufgeht bzw. untergeht, und auch jeder beleuchtete Stift wirft einen Schatten. An den Äquinoktien werfen alle Stifte ihre Schatten auf den Äquator, weil an diesen Tagen die scheinbare Sonnenbahn in der Äquatorebene verläuft. Im Winterhalbjahr werfen die Stifte ihre Schatten auf die nördliche Halbkugel, weil die Sonne tiefer steht, und im Sommerhalbjahr auf die südliche Halbkugel, weil die Sonne höher steht.

Die Sonnenuhrfunktion ergibt sich aus der Länge der Schatten. Der Stift mit dem kürzesten Schatten zeigt den Meridian an, wo es gerade 12 Uhr Mittag ist, genau allerdings nur dann, wenn die beiden benachbarten Stifte gleich lange Schatten werfen. Durch Vor- oder Zurückrechnen der Stunden, je eine pro Stift bis zum 15° -Stift östl. Länge ergibt sich dann die aktuelle MEZ (Winterzeit).

Entfernungen (Mittelwert) der acht Planeten von der Sonne

Dem Gummer'schen Planetenweg liegen die folgenden mittleren Entfernungen der acht Planeten von der Sonne zugrunde:

MERKUR	0060 Mio. km
VENUS	0108 Mio. km
ERDE	0150 Mio. km
MARS	0225 Mio. km
JUPITER	0775 Mio. km
SATURN	1420 Mio. km
URANUS	2870 Mio. km
NEPTUN	4500 Mio. km

Keplers Weltgeheimnis

Gott hat seinem Schöpfungsplan des heliozentrischen Systems (Mittelpunkt S) die fünf platonischen Körper zugrunde gelegt. Merkur und Venus bewegen sich auf zwei Sphären mit dem Mittelpunkt S, die als In- bzw. Umkugel eines regulären Oktaeders in Frage kommen. Die Umkugel des Oktaeders ist die Inkugel eines regulären Ikosaeders, auf dessen Umkugel sich die Erde bewegt. Diese wiederum ist die Inkugel eines regulären Dodekaeders, auf dessen Umkugel die Bahn des Mars liegt. Sie ist Inkugel eines regulären Tetraeders, auf dessen Umkugel der Jupiter wandelt. Letztlich ist diese wiederum die Inkugel eines Würfels, auf dessen Umkugel die Saturnbahn liegt. In der dazu existenten historischen Zeichnung (Fig. 1), die dem Aufsatz „Sphärische Vielecke“ von Hans Walser entnommen ist, sind nur die beiden größten Polyeder, nämlich das Tetraeder und der Würfel deutlich erkennbar.

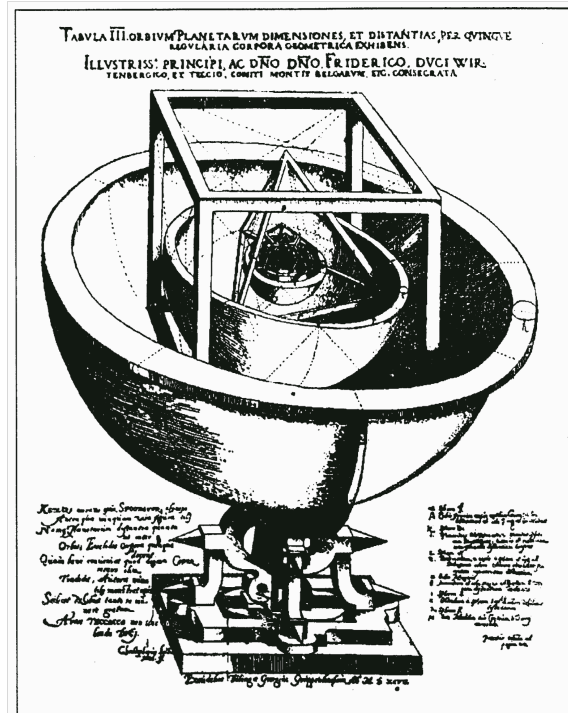
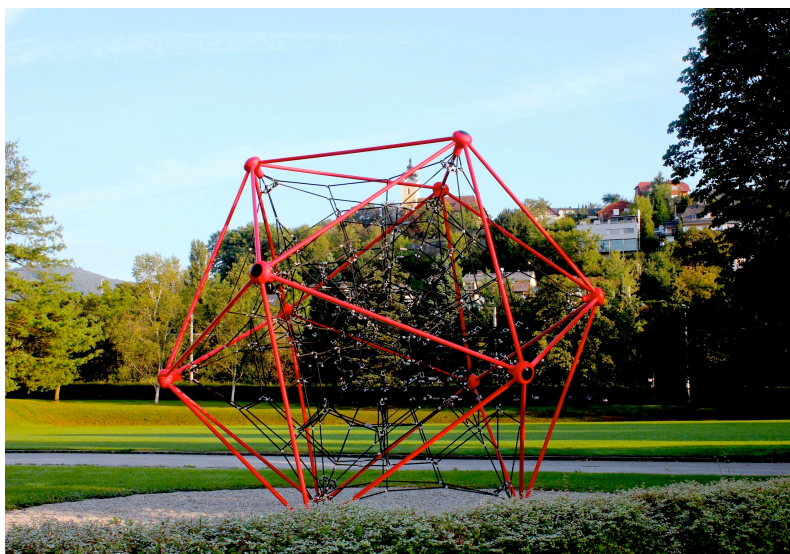


Fig. 1

Diese These vertrat Johannes Kepler in seinem Erstlingswerk „Das Weltgeheimnis“. Sie hält den tatsächlichen Verhältnissen nicht nur deswegen nicht Stand, weil die Planetenbahnen (nach Keplers eigenen späteren Erkenntnissen) Ellipsen sind, die auf Kugelflächen bekanntlich nicht vorkommen, sondern auch, weil die mittleren Abstände der genannten Planeten von der Sonne den Relationen der jeweiligen Kugelradien nur sehr unzulänglich genügen:

Am ehesten stimmt noch das Verhältnis zwischen den mittleren Abständen des Merkur und der Venus mit der Relation $1 : \sqrt{3}$ des Inkugelradius zum Umkugelradius des regulären Oktaeders überein: (60 Mio. km). $\sqrt{3} \approx 104$ Mio. km statt 108 Mio. km. Die Abweichung beträgt also rund 3,8 %.



Ikosaedermodell, Schulgelände in Linz-Urfahr, dahinter St. Magdalena

Der Inkugelradius des Ikosaeders verhält sich zum Umkugelradius wie $1 : \sqrt{15 - 6\sqrt{5}}$, wie z. B. anhand von Fig. 1.6.7 (Seite 62) in Teil II meines Buches „Im Reich der Geometrie“ unter Benützung der in Teil I auf den Seiten 58 und 59 abgeleiteten Formeln für den Umkreisradius des regelmäßigen Fünfecks und die zugehörige Zehneckseite berechnet werden kann. (Diese Herleitung wäre ebenso wie die analoge Aufgabe beim Dodekaeder möglicherweise auch als Thema einer vorwissenschaftlichen Arbeit im Rahmen der neuen Matura zu gebrauchen.) Der oben genannten Wurzel entspricht als Dezimalzahl ein Wert von ca. 1,26. Bezogen auf die Venus würde das nach Keplers Weltgeheimnis für die Erdbahn einen mittleren Sonnenabstand von (108 Mio. km).1,26 \approx 136 Mio. km ergeben, der „Fehler“ beträgt als bereits rund 14 Mio. km oder 10,3 %.

So wie dem Würfel ein reguläres Oktaeder eingeschrieben werden kann, dessen Umkugel die Inkugel des Würfels ist, und dem Oktaeder wiederum ein Würfel, dessen Umkugel die Inkugel des Oktaeders ist (Fig. 2), usw., so kann auch dem regulären Dodekaeder ein Ikosaeder eingeschrieben werden, dessen Umkugel die Inkugel des Dodekaeders ist, usw. Allein aus diesem Zusammenhang schon ergibt sich die Verhältnisgleichheit zwischen Inkugelradius und Umkugelradius bei diesen „dualen“ Körpern. (Die Eckenzahl des einen entspricht der Flächenzahl des anderen, beide haben gleich viele Kanten. Fig. 2 wurde von OStR. Mag. Wilhelm Nowak gezeichnet.)

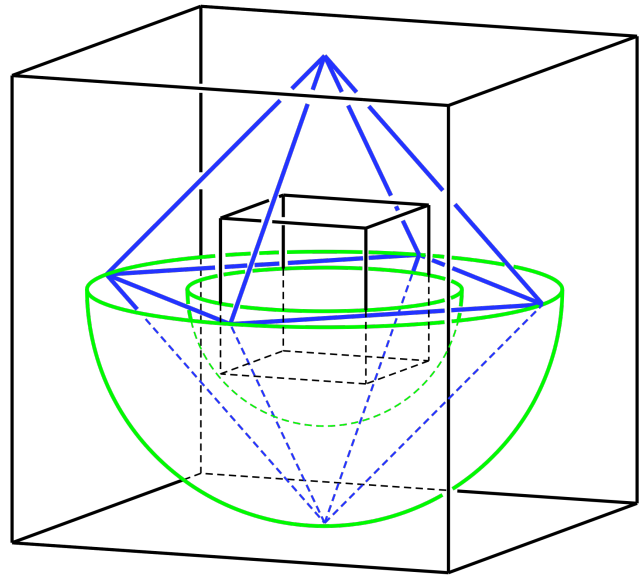


Fig. 2

Beim Würfel und beim Oktaeder beträgt dieses Verhältnis $1 : \sqrt{3}$, beim Dodekaeder und beim Ikosaeder $1 : \sqrt{15 - 6\sqrt{5}}$. Wer sich durch ein richtiges Ergebnis für die Mühe einer aufwändigen Rechnung belohnt sieht, dem kann ich die von dieser Überlegung unabhängige Berechnung für das reguläre Dodekaeder (z. B. anhand von Fig. 1.6.6 in Teil II meines bereits erwähnten Buches) bestens empfehlen.

Bezogen auf unsere Erde würde nach Keplers Weltgeheimnis für den Mars ein mittlerer Sonnenabstand von (150 Mio. km).1,26 \approx 189 Mio. km herauskommen, die Abweichung von der Realität beträgt also bereits rund 36 Mio. km (19 %) und konnte wohl auch schon vor rund 400 Jahren durch allfällige Messfehler nicht mehr erklärt werden. (Allerdings standen Kepler zum Zeitpunkt der Publikation seines Weltgeheimnisses die Messdaten Tycho Brahes noch nicht zur Verfügung. Erst als dessen Nachfolger auf dem Hof Kaiser Rudolf II. in Prag konnte er sich der zu dieser Zeit genauesten Messergebnisse bedienen und hat anhand von Brahes Daten für die Marsbahn deren Ellipsenform erkannt.)

Läge die Bahn des Mars auf der Inkugel eines regulären Tetraeders, dessen Umkugel die Flugbahn des Jupiter trägt, so müsste dessen mittlerer Sonnenabstand – wegen des für das Tetraeder geltenden Radienverhältnisses von $1 : 3$ – etwa (225 Mio. km).3 \approx 675 Mio. km betragen; in Wirklichkeit sind es um 100 Mio. km (14,8 %) mehr. Vergleichsweise klein ist hingegen die Abweichung zwischen dem mittleren Sonnenabstand des Saturn nach Keplers Weltgeheimnis, bezogen auf den Jupiter, und dem tatsächlichen Mittelwert: Inkugel- und Umkugelradius des Würfels verhalten sich wie $1 : \sqrt{3}$, (775 Mio. km). $\sqrt{3} \approx$ 1.342 Mio. km, also beträgt der „Fehler“ nur ca. 78 Mio. km (5,8 %).

Schlussbemerkung: Kepler war zeitlebens ein gläubiger Protestant, was sich im katholischen Habsburgerreich mehrmals (z. B. in Graz) nachteilig für ihn auswirkte. Sein Weltgeheimnis ist ein Beleg dafür, wie seine Religiosität und die Mathematik sein Weltbild bestimmten, solange Messergebnisse fehlten bzw. zu ungenau waren und die Physik keinen Beitrag dazu leistete bzw. noch nicht leisten konnte.

Literatur:

PADOVA Thomas de, Das Weltgeheimnis; Kepler, Galilei und die Vermessung des Himmels, ISBN 978-3-492-25861-6, Piper Verlag GmbH, München 2009, 352 Seiten

GRILLMAYER Dieter, Im Reich der Geometrie I, ISBN 978-3-8370-23350-0, Books on Demand GmbH, Norderstedt 2009, 196 Seiten, € 19,80

GRILLMAYER Dieter, Im Reich der Geometrie II, ISBN 978-3-8391-5593-6, Books on Demand GmbH, Norderstedt 2010, 212 Seiten, € 19,80