

# Eine Geometrie zum Angreifen

Von Dieter GRILLMAYER

---

Aktueller Anlass für diesen Beitrag ist die in Heft 1/1988 der IBDG erschienene Buchbesprechung des von HR Dr. Laub und mir stammenden Lehrbuchs, die eine Stellungnahme notwendig erscheinen lässt. Es kann aber auch ein Zusammenhang mit dem in Begutachtung stehenden Entwurf eines neuen Lehrplanes gesehen werden, der unter der Kollegenschaft viel Beunruhigung ausgelöst hat.

Schon im Vorwort zur 1. Auflage von DG 7 haben die Autoren darauf hingewiesen, dass das neue Lehrbuch bewusst als Nachfolgewerk des Buches von BARCHANEK-LUDWIG-LAUB konzipiert worden ist. Besonders die bewährte Aufgabensammlung sollte im Interesse der damit arbeitenden Kollegenschaft weitgehend erhalten bleiben. Darauf war auch im Textteil Rücksicht zu nehmen, ebenso auf den geltenden Lehrplan (z. B. auf „Es empfiehlt sich, im Anfangsunterricht eine feste Rissachse zu verwenden“). Was die Bezeichnungen und fachdidaktischen Fragen betrifft, so wurde dem Diskussionsstand zu Ende der 1970er-Jahre (Entstehen des Manuskripts) weitgehend Rechnung getragen.

Nach dem Erscheinen der 1. Auflage (1981) kamen aus der Kollegenschaft in wesentlichen nur zwei Verbesserungsvorschläge: erstens der Wunsch nach einer Änderung des Koordinatensystems, und zweitens der Wunsch nach einem Lösungsheft. Bei der 2. Auflage 1987 wurde der 1. Wunsch berücksichtigt. Das beigelegte Lehrerbegleitheft kann ein komplettes Lösungsheft natürlich nur unzureichend ersetzen, doch ist letzteres wegen der großen Aufgabensammlung bzw. der Lehrplanunsicherheit derzeit leider nicht „machbar“.

Darüber hinaus wurden im Einleitungskapitel der 2. Auflage auch die Diskussionen der 1980er-Jahre berücksichtigt und einige Anregungen aus den Fortbildungsveranstaltungen dieser Zeit dankbar aufgegriffen. Dies konnte aber nur zusätzlich geschehen und nicht zu Lasten von approbierten Inhalten der 1. Auflage. Daraus ergibt sich das Nebeneinander verschiedener Bezeichnungen, Betrachtungsweisen und Konstruktionsverfahren ganz zwangsläufig.

Der gesetzlich verankerten Methodenfreiheit wird in DG 7 ein sehr hoher Stellenwert eingeräumt. Wir gehen davon aus, dass es viele Wege gibt, in die Darstellende Geometrie bildungswirksam einzudringen, und dass es jedem Lehrer daher unbenommen sein muss, die nach seinen Erfahrungen bestmöglichen Methoden zu verwenden. Wenn es ein Gradmesser für guten Unterricht ist, wie viele Schüler man zu einem Studium der DG motivieren kann, dann hatte ich mit der Kotierten Projektion als Einstieg in die Darstellende Geometrie, wie ich das selbst am BRG Steyr bei Prof. Luka erfahren habe, meine größten Erfolge. Meine ehemaligen Schüler unter den Lesern dieses Aufsatzes werden sich wohl noch daran erinnern.

Daher betrübt es mich auch, dass im Entwurf des neuen Lehrplanes Passagen enthalten sind, die auf eine Einschränkung der Methodenfreiheit abzielen. Dabei wäre es angesichts der zu erwartenden Einschränkung des Stundenausmaßes notwendiger denn je, „dass dem Lehrer die ganze Bandbreite didaktisch-methodischer Möglichkeiten nach dem aktuellen Stand lernbiologischer Erkenntnisse nutzbar gemacht wird“ (Primetzhofer).

Ausgangspunkt aller weiteren Überlegungen ist, dass die DG an der AHS in erster Linie einen für jeden AHS-Schüler nützlichen Beitrag zur Allgemeinbildung leisten soll und erst in zweiter Linie eine Starthilfe für technische Studien abgibt. So gehören Raumverständnis und sprachlich (nicht nur fachsprachlich) richtige Beschreibung, Sorgfalt, Ausdauer, Problemlösungs-

kompetenz und die Freude am selbständigen Arbeiten zu den wichtigsten Erträgen eines guten DG-Unterrichts.

Ärzte werten Röntgenaufnahmen aus, Rechtsanwälte haben es mit Plänen aller Art zu tun, Geographen erklären den Wechsel der Jahreszeiten, Bildnerische Erzieher verdeutlichen den geometrischen Hintergrund eines Kreuz- oder Kappengewölbes, ... Diese Aufzählung soll exemplarisch zeigen, wie weit die DG an der AHS auch in ihrem fachspezifischen Bildungswert über den Bereich des zukünftigen Technikers hinausgeht.

Wie für alle exakten Wissenschaften ist Sprache auch in der DG in erster Linie ein Mittel zum Verständlichmachen von Sachverhalten und nicht Selbstzweck. Es gibt sicher Kolleginnen und Kollegen, die mit einem Minimum an wissenschaftlicher Strenge bei Begriffen und Formulierungen in ihrem Unterricht sehr gute Ergebnisse sowohl hinsichtlich der Verständnisses als auch konstruktivem Können erzielen. Ja, oft ist eine zu genaue und damit umfangreiche Beschreibung von Sachverhalten (mit Berücksichtigung aller Ausnahmen) für das Verständnis des Wesentlichen sogar hinderlich.

Andererseits verlangt eine Erziehung zu wissenschaftlichem Arbeiten nach exakten Begriffsbildungen und genauen Definitionen. Dem Schüler muss also z. B. der Unterschied zwischen Linie, Gerade, Strecke und Streckenlänge bewusst sein, auch und vor allem im Sinne des allgemeinbildenden Aspekts der DG. Wir haben daher in unserem Buch bei diesen klar zuordenbaren Begriffen, wie etwa auch bei der Unterscheidung von Raumsituation und Bild, von Projektionsvorgang und Ergebnis, um nur einige Beispiele zu nennen, auf größtmögliche Exaktheit geachtet. Sogar der traditionsbeladene Begriff „Achsen“ für die Strecken AB und CD bei der Ellipse ist in der 2. Auflage nach dem Vorbild von Prof. Brauners Lehrbuch auf „Achsenstrecken“ abgeändert worden.

Hingegen haben wir „tradierte“ Fachausdrücke dann weitgehend beibehalten, wenn die bei ihnen angestellten Exaktifizierungsversuche (noch) nicht befriedigen, sei es wegen des Verlustes an Anschaulichkeit, sei es wegen einer zu aufwändigen Ausdrucksweise. Ein typisches Beispiel dafür ist die „wahre Größe einer Figur“. Natürlich ist uns die Assoziation von „Größe“ mit „Maßzahl“ bewusst. Aber attributlose „Abmessungen“ erscheinen uns angesichts der großen Bedeutung des „Sachverhalts“ doch zu wenig griffig, während „unverzerrt“ oder „wahre Gestalt“ eigentlich nur eine Ähnlichkeit signalisieren. Blicke noch „wahre Gestalt und Größe“, eine bei einem so häufig vorkommenden Tatbestand doch recht umständliche Sprechweise.

Wir halten es auch nicht für notwendig, die Fachsprache absolut zu vereinheitlichen. Daher sind bei vielen Begriffen mehrere Fachausdrücke angegeben, z. B. „Kontur“ und „wahrer Umriss“. Auf den Begriff „Umriss“ für das, was sich auf dem Objekt befindet, sollte man schon deshalb nicht gänzlich verzichten, weil genau das (und nicht irgendeine Projektion) auch im normalen Sprachgebrauch als Umriss bezeichnet wird.

Manchmal stellt sich auch die Frage, ob für einen bestimmten Sachverhalt überhaupt ein neuer Fachausdruck eingeführt werden muss. Könnte man nicht bei der Abbildung der Punkte einer Ebene auf eine andere durch Parallel- bzw. Zentralprojektion auf eine über diese Beschreibung hinausgehende Benennung überhaupt verzichten? Auch damit würde der Forderung Rechnung getragen, nur bei den Abbildungen in einer Ebene die Begriffe „perspektive Affinität“ bzw. „perspektive Kollineation“ zu verwenden.

Hinsichtlich der Kritik am Beweis des Satzes vom rechten Winkel meine ich, dass gerade dies ein Beispiel für eine möglichst einfache, sicher nicht falsche, anschauliche und für das

Verständnis ausreichende Erklärung eines geometrischen Sachverhalts ist. Die Abstraktion auf Bild- bzw. Standebenen allgemeiner Lage dürfte zu diesem Zeitpunkt den Schülern schon gelingen. Die Umkehrung des Satzes wird in der Schule nicht benötigt.

Ich bekenne, dass ich ein Anhänger einer „begreifbaren“ Geometrie, also einer „Geometrie zum Angreifen“ bin. Die Gegenständlichkeit von Bildebenen, Projektionstrapezen, Stützdreiecken usw. und die Anschaulichkeit des Umklappens oder des Drehens um eine Spur haben nicht nur didaktische Vorzüge, etwa bei der Verwendung der Schultafel, des Zeichendreiecks, des Zirkels usw. zur Demonstration der Raumsituation, sondern ich sehe darin auch die geeignete Entsprechung zum speziellen Bildungsauftrag der AHS. Es geht ja in erster Linie nicht darum, mit möglichst wenigen Linien schöne Bilder zu zeichnen oder technische Probleme zu lösen, sondern es geht vorrangig um die Orientierung im Raum sowie um das Verstehen jener räumlichen Vorgänge, die dem Abbildungsprinzip und den Konstruktionsmethoden zugrunde liegen.

Mir scheint der Zeitgewinn durch Verzicht auf eine „begreifbare“ Einführung der wichtigen Konstruktionsverfahren zu teuer erkaufte, wenn das grundlegende Verständnis darunter leidet. Außerdem entspricht es meiner persönlichen Erfahrung, dass Schüler, die den „begreifbaren“ Einstieg mit Erfolg vollzogen haben, sicherer und schneller als andere im Lehrgang fortschreiten, einem Lehrgang, der sich natürlich schrittweise von festen Bildebenen, Rissachsen und Spurelementen lösen soll. Deswegen muss es aber doch erlaubt sein, auch im fortgeschrittenen Stadium zeitweilig wieder eine Bildebene als Stand- oder Tangentialebene zu verwenden und dabei mit Spuren zu arbeiten.

Auch ich schätze das Drehen um eine Hauptgerade (Stechzirkelkonstruktion) als eine elegante, platz- und liniensparende Methode, aber es ist für mich unbefriedigend, wenn ein Schüler diese Methode nur rezeptmäßig beherrscht. Außerdem erscheint es mir erstrebenswerter, dass ein Schüler aus gegebenem Grund- und Aufriss einer Geraden deren räumliche Lage an der Tafel ( $\pi_2$ ) demonstrieren kann, als dass er über die Fertigkeit verfügt, den Abstand windschiefer Geraden mit Hilfe zweier Seitenrisse zu ermitteln.

Bei der genannten Buchbesprechung wurde auch die (zu) späte Einführung von Seitenrissen kritisiert. Diese späte Einführung erfolgt weniger aus didaktischen Überlegungen als aus Gründen der Systematik, wie sie schon dem Inhaltsverzeichnis zu entnehmen ist. Dieser Systematik ist eine zugegebenermaßen enge Auslegung des geltenden Lehrplanes Pate gestanden, bei dem die direkten Methoden vor den Seitenrissen genannt werden. („Es ist zu zeigen, dass jede Aufgabe der Darstellenden Geometrie sich durch Kombination einer geringen Anzahl elementarer Grundaufgaben bewältigen lässt und dass zweckentsprechende Seitenrisse entscheidende Vereinfachungen der Ausgangssituation herbeiführen“.) Wir haben aber auch schon bei der Vorstellung der 1. Auflage darauf hingewiesen, dass sich keine Schwierigkeiten ergeben, wenn die Seitenrisse bereits nach dem Kapitel über projizierende Ebenen eingeführt werden. Das Arbeiten mit Seitenrissen ohne Verwendung von Rissachsen ist sicherlich eine interessante Variante, übersteigt aber wohl das Vorstellungsvermögen des Anfängers so sehr, dass wir hier bei der bewährten Methode bleiben wollen.

Bei der Beispielsammlung gehen wir davon aus, dass die Übungsaufgaben vornehmlich dem Einüben der im Unterricht erklärten Konstruktionsverfahren und dem selbständigen Auseinandersetzen mit geometrischen Problemen und Lösungsstrategien dienen, wobei die Palette von „recht einfach“ bis „sehr anspruchsvoll“ reichen sollte – mit einem breiten Angebot in der Mitte. Beispiele, die „ihre Berechtigung nur aus der Schultradition herleiten können“, sind in diesem Sinne sicherlich ebenso brauchbar wie neuentdeckte Aufgabenstellungen.

Ich stimme mit dem Rezensenten in der Meinung überein, dass es wünschenswert wäre, sich mit der Abbildungsgeometrie ausführlicher, insbesondere auch mit rechnerischen Methoden, auseinanderzusetzen. Dies müsste allerdings im Mathematik-Unterricht geschehen; in den wenigen DG-Stunden ist dafür sicherlich keine Zeit, und daher kann auch ein DG-Buch dem Thema nicht so viel Platz einräumen, wie notwendig wäre, um es umfassend abzuhandeln. Die in DG 7 gewählte Form ist ein Versuch, Felix Kleins „Erlanger Programm“ wenigstens andeutungsweise vorzustellen und damit den folgenden Passus des geltenden Lehrplanes zu erfüllen: „Besonderer Wert ist auf das Herausarbeiten von Zusammenhängen zu legen: metrische, affine, projektive, eventuell topologische Eigenschaften einer Figur, Abbildungsprinzip; ...“.

In Ansätzen wurde im Kapitel „Abbildungsgeometrie“ auch eine frühere Arbeit von mir, nämlich „Affine Abbildungen“, veröffentlicht in der „Blauen Reihe“ der Johannes-Kepler-Universität Linz (Heft 8, April 1977) verwendet, in der das genannte Thema auf über 30 Seiten analytisch abgehandelt wird. Der vom Rezensenten geäußerte Verdacht, die Autoren wären sich der angegebenen Zusammenhänge vielleicht zu wenig bewusst, ist daher unbegründet.

Soweit wir das beurteilen können, ist das Buch von der Kollegenschaft sehr wohlwollend aufgenommen worden. Ein Beispiel einer Stellungnahme mag für weitere stehen, die dem Verlag seit dem Erscheinen der 2. Auflage zugehen: „Die Bücher sind sehr gut aufgebaut und finden einen brauchbaren Mittelweg zwischen hergebrachter und zeitbedingt hochgezüchteter Geometrie ... Die Auswahl der Beispiele ist gut und bietet eine breite Palette von leicht bis anspruchsvoll.“ Diese Aussage deckt sich vollinhaltlich mit den Intentionen der Autoren. Ich glaube daher, dass die „vermittelnde Haltung“ zwischen Tradition und Moderne, welche der Rezensent vermisst, in unserem Buch sehr wohl ihren Niederschlag findet, und wir werden uns bemühen, dass es so bleibt.